XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom III

KKA 2005

Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk

XV Krajowa Konferencja Automatyki
Tom III

Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR
Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
WSPÓŁORGANIZATORZY
Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFCZYK
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowi	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-02-2

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

ZASTOSOWANIA NIETECHNICZNE

ANALIZA PARAMETRYCZNA KOSZTÓW OGRANICZEŃ ZASOBOWYCH PODCZAS BILANSOWANIA RYNKU LOKALNEGO†

Mariusz KALETA, Eugeniusz TOCZYŁOWSKI

Politechnika Warszawska, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej
ul. Nowowiejska 15/19, 00-665 Warszawa
e-mail:mkaleta@ia.pw.edu.pl, E.Toczylowski@ia.pw.edu.pl

Streszczenie: Występowanie w modelu bilansowania lokalnego rynku dodatkowych ograniczeń zasobowych zakłóca warunki sprawiedliwego bilansowania i powoduje, iż niektórzy gracze mogą wykorzystywać silną pozycję rynkową wynikająca z tych ograniczeń. Łagodzenie lub likwidacja nieporządanych właściwości modelu bilansowania jest możliwa poprzez uwzględnienie w bilansie wartościowym kosztów ograniczeń zasobowych. W referacie przedstawiamy ogólną metodę analizy parametrycznej modelu bilansowania przy ograniczeniach prowadzącą do dobrych alokacji kosztów łagodzących negatywny wpływ ograniczeń.

Słowa kluczowe: bilansowanie rynku przy ograniczeniach, alokacja kosztów, globalna analiza parametryczna ZPL

1. WSTĘP

W ostatnich latach w wielu krajach można obserwować silne procesy liberalizacji i decentralizacji w obszarze tzw. sektorów infrastrukturalnych, w tym sektora energetycznego, telekomunikacyjnego, szeroko rozumianego transportu (kolejowego, morskiego, miejskiego i innych). Monopole państwowe, historycznie funkcjonujące w tych sektorach, poddawane są procesom urynkowiania prowadząc w efekcie do powstawania nowych rynków oraz nowych związanych z nimi instytucji i graczy rynkowych.

Prowadzone na szeroką skalę prace związane z rozwojem rynków w sektorach infrastrukturalnych ukierunkowane są na stopniowe zwiększanie decentralizacji sektorów oraz przenoszenie praw i obowiązków na rozproszone podmioty. W ramach procesów decentralizacji rozważana jest stosunkowo nowa klasa struktur rynkowych, tzw. lokalne bilansujące rynki (LBR) [2, 3]. Struktury te, choć wywodzą się z dobrze zbadanych w literaturze światowej problemów, pozostają wciąż nie w pełni rozpoznanym obszarem badawczym na tle przemian zachodzących w sektorach infrastrukturalnych i trudno znaleźć w literaturze poświęcone im prace. LBR charakteryzują się planowaniem centralnym na zasadach konkurencyjnych. Obiekty należące do tych struktur mają wspólny cel optymalizacji pewnych ogólnych wskaźników jakości, a także cele indywidualne, np. maksymalizację indywidualnych dochodów. Lokalny rynek bilansujący to sposób organizacji handlu skupiający grupę podmiotów wydzielonych terytorialnie lub wirtualnie. "Lokalność" oznacza, że procesy na LBR prowadzą do jednolitej wyceny towarów, a więc nie występuje zróżnicowanie ceny towaru w różnych obszarach rynku. Towar zachowuje swoją wartość w całym obszarze rynku lokalnego i w tym sensie jego wycena ma charakter lokalny.

Niestety rynkowy obrót w sektorach infrastrukturalnych jest istotnie utrudniony poprzez fakt istnienia infrastruktury, a więc pewnych zasobów niezbędnych do prowadzenia handlu i realizacji dostaw. Osiągnięcie idealnego stanu rynku energii elektrycznej, w którym rynkowe ceny oraz wolumen obrotu byłyby kształtowane jedynie poprzez siły popytu i podaży, nie jest w praktyce możliwe. Z procesami rynkowymi jest nieodłącznie związany problem uwzględniania szeregu ograniczeń zasobowych. Ograniczenia te zmniejszają możliwości swobodnej wymiany towarów, w ten sposób wpływając negatywnie na efektywność systemów rynkowych.

W referacie przedstawiamy problematykę związaną z wyznaczaniem i alokacją kosztów spełniania ograniczeń zasobowych przy wykorzystaniu analizy parametrycznej ograniczeń. Analiza teoretyczna problemu prowadzi do sformułowania ogólnego algorytmu alokacji kosztów na ograniczenia umożliwiającego zmniejszenie negatywnego wpływu występowania ograniczeń.

2. PROBLEM BILANSOWANIA RYNKU

Rozważamy problem **OPT** bilansowania strony popytowej i podażowej rynku giełdowego, na którym występują dodatkowe (poza standardowym modelem giełdowym) ograniczenia zasobowe

Problem **OPT**:

$$\hat{Q} = \max_{p,d}[Q = (\sum_{m \in B} e_m d_m - \sum_{l \in S} s_l p_l)] \qquad (1)$$

†Praca finansowana w ramach projektu 3T11C00527

przy ograniczeniach:

$$\sum_{l \in S} p_l \geq \sum_{m \in B} d_m \tag{2}$$

$$f_i(p, d) \leq b_i \qquad i \in I \tag{3}$$

$$0 \leq d_m \leq d_m^{max} \qquad m \in B \tag{4}$$

$$0 \leq p_l \leq p_l^{max} \qquad l \in S \tag{5}$$

Oferty sprzedaży $l \in S$ są określone przez p_l^{max} maksymalną wielkość oferowanego do sprzedaży towaru w ramach l-tej oferty sprzedaży oraz s_l jednostkowej ceny ofertowej sprzedaży dla l-tej oferty. Analogicznie oferty kupna $m \in B$ są określone przez d_m^{max} maksymalną wielkość wolumenu towaru kupowanego w ramach m-tej oferty sprzedaży oraz e_m jednostkowej ceny ofertowej kupna dla m-tej oferty. Zmienne p_l i d_m oznaczają odpowiednio wielkość sprzedanego towaru według l-tej oferty sprzedaży i wielkość zakupionego towaru według m-tej oferty kupna. W funkcji celu są maksymalizowane globalne korzyści ekonomiczne z obrotu energią. Ograniczenia (3) reprezentują dodatkowe ograniczenia zasobowe, przy czym i jest indeksem ograniczenia zasobowego ze zbioru I, b_i jest dostępnością i-tego zasobu, a funkcja f_i jest liniową funkcją wektorów zmiennych p i d określającą wymagania zasobowe ze strony ofert podaży i popytu.

Wprowadzenie do standardowego modelu giełdowego dodatkowych ograniczeń zasobowych (3) zakłóca warunki sprawiedliwego bilansowania i powoduje, iż niektórzy gracze mogą wykorzystywać silną pozycję rynkową wynikająca z tych ograniczeń. Łagodzenie lub likwidacja nieporządanych właściwości modelu bilansowania jest możliwa poprzez uwzględnienie w bilansie wartościowym kosztów ograniczeń zasobowych. Dla uzyskania dobrych właściwości mechanizmów bilansowania rynku konieczne jest dokonanie alokacji tych kosztów na poszczególne z ograniczeń. Problem właściwej alokacji kosztów nie jest trywialny z uwagi na złożone zależności zachodzące pomiędzy ograniczeniami, w szczególności możliwość nakładania lub wzmacniania się wpływu ograniczeń w sposób nieaddytywny.

W dalszej części referatu przedstawiamy metodologię wyznaczania alokacji kosztów opartą o globalną analizę parametryczną problemu **OPT** przy zmianach prawych stron ograniczeń (3).

3. REPREZENTACJA PROBLEMU

Model **OPT** ma postać typowego zadania programowania liniowego (ZPL). Dalsze rozważania dotyczące ogólnego schematu analizy parametrycznej i alokacji kosztów rozważymy dla ogólnej postaci zadania programowania liniowego. Przyjmujemy następującą standardową postać zadania programowania liniowego:

$$\hat{Q}(b) = \max_{x,s}[Q = c^T x] \tag{6}$$

przy ograniczeniach:

$$Ax + s = b \tag{7}$$

$$x, s \geq 0 \tag{8}$$

gdzie s są zmiennymi dopełniającymi, a wyjściowe wartości prawych stron ograniczeń b^o zadania **OPT** w trakcie analizy parametrycznej są modyfikowane do wartości $b = b^o + \Delta b$. Zadanie

$$\hat{Q} = \min_{\pi, d} \pi^T b \tag{9}$$

przy ograniczeniach:

$$A^T \pi + d = c \tag{10}$$

$$\pi, d \geq 0 \tag{11}$$

jest zadaniem dualnym do problemu (6)-(8), a d są zmiennymi dopełniającymi w ograniczeniach w przestrzeni dualnej.

Oprócz reprezentacji rozwiązań problemu **OPT** w przestrzeniach prymalnej i dualnej, wyniki analizy parametrycznej można też przedstawiać w przestrzeni parametrów $b = b^o + \Delta b$, przy czym $b \in R^m$. Wartość funkcji celu $\hat{Q}(b)$ określa dla ustalonego $b \in R^m$ optymalną wartość dobrobytu, czyli korzyści ekonomiczne z obrotu towarowego uzyskiwane w wyniku rozwiązania zadania (6)-(8). Dokonajmy analizy właściwości funkcji $\hat{Q}(b)$ przy zmiennym b.

Załóżmy, że dla ustalonego b w wyniku rozwiązania rozważanego ZPL uzyskujemy optymalne rozwiązanie bazowe (jedno z rozwiązań optymalnych). Po ustaleniu rozwiązania bazowego mamy pewną postać rozwikłaną i wtedy macierz $A = (B, N)$ składa się z ustalonej macierzy bazowej B i niebazowej N. Podobnie zmienne $x^T = (x_B^T, x_N^T)$ oraz parametry $c^T = (c_B^T, c_N^T)$ dzielimy na część bazową i niebazową. W postaci rozwikłanej ZPL wartość funkcji celu Q w rozwiązaniu optymalnym, gdzie zmienne niebazowe są zerowe, wyraża się

$$Q = c_B^T B^{-1} b \tag{12}$$

Jeżeli rozważamy problem w przestrzeni zmiennych parametrów b, to funkcja celu $\hat{Q}(b)$ zależy od b w sposób nieliniowy, gdyż przy zmianach b ulegają zmianom optymalne bazy B. W pewnym obszarze zmian parametrów w otoczeniu punktu b optymalne rozwiązanie bazowe problemu (6)-(8) pozostaje bez zmian i wówczas (12) definiuje pewną hiperpłaszczyznę w przestrzeni R^{m+1} punktów (Q, b). Dla pewnych granicznych zmian wartości b może nastąpić zmiana optymalnej bazy zadania (6)-(8) i wtedy (12) opisuje inną hiperpłaszczyznę związaną z nową bazą. Przecięcie dwóch hiperpłaszczyzn w przestrzeni R^{m+1} po zrzutowaniu do przestrzeni parametrów R^m tworzy hiperpłaszczyznę oddzielającą obszary aktywności dwóch rozważanych, sąsiadujących ze sobą baz.

Ogólnie, przestrzeń parametrów można podzielić na pewne obszary, zwane dalej *komórkami*, będące wypukłymi i domkniętymi zbiorami wielościennymi, których ścianki pokrywają się z hiperpłaszczyznami oddzielającymi obszary aktywności baz. Komórka przestrzeni parametrów jest *niezdegenerowana*, jeżeli zawiera punkty wewnętrzne. Niektóre bazy mogą tworzyć komórki zdegenerowane, gdy są aktywne tylko w pewnych podprzestrzeniach przestrzeni parametrów, np. na ściankach, krawędziach, czy nawet tylko w punktach wierzchołkowych.

Rozważmy przecięcie (iloczyn) $l, 2 \leq l \leq m+1$ stycznych komórek niezdegenerowanych, z którymi są związane bazy $B_k, k = 1, \ldots, l$. Przecięcie to tworzy komórkę zdegenerowaną o liczbie stopni swobody $m+1-l$. W komórce zdegenerowanej wszystkie związane z nią bazy są równoważne[1], przy czym mamy do czynienia z degeneracją prymalną. Oznaczmy $\pi^k = c_{B_k}^T B_k^{-1}$. Punkty dopuszczalne komórki spełniają l ograniczeń

$$Q = \pi^k b \quad k = 1, \ldots, l \tag{13}$$

Nieliniowa funkcja celu $\hat{Q}(b)$ może być przedstawiona jako minimum ze zbioru hiperpłaszczyzn odpowiadających wszystkim bazom optymalnym otrzymywanym i uaktywnianym w pewnych obszarach zmiennych wartości parametrów b. Zatem $\hat{Q}(b)$ jest funkcją wklęsłą i "obszarami liniową", tzn. w obszarze aktywności pojedynczej bazy jest ona funkcją liniową. W punktach załamania funkcji $\hat{Q}(b)$ (a więc w punktach, w których zmienia się postać funkcyjna (12)) $\hat{Q}(b)$ pokrywa się z przecięciem dwóch lub większej liczby hiperpłaszczyzn.

Oznaczmy przez $M \subseteq \{1, \ldots, m\}$ podzbiór indeksów analizowanych ograniczeń uznanych za istotne. Załóżmy dalej, że interesuje nas analiza parametryczna zmian prawych stron wybranego *podzbioru* ograniczeń istotnych, podczas gdy pozostałe ograniczenia pozostają bez zmian. Odpowiada to analizie podzbioru ograniczeń zasobowych (3) w modelu **OPT**, przy niezmiennych wartościach prawych stron pozostałych ograniczeń. Zakładamy, że dla $n \notin M$ zachodzi b_n =Const. Rozważany problem sprowadza się do analizy parametrycznej w podprzestrzeni parametrów zredukowanej do wymiaru $|M|$. Rzutowanie na podprzestrzeń parametrów istotnych nie zmienia charakteryzacji obszarów związanych z bazami optymalnymi. Zatem również podprzestrzeń parametrów istotnych można podzielić na *komórki*, których ścianki pokrywają się z hiperpłaszczyznami oddzielającymi aktywne pojedyncze bazy. Komórki *niezdegenerowane* muszą zawierać punkty wewnętrzne w podprzestrzeni $R^{|M|}$, natomiast komórki zdegenerowane odpowiadają bazom aktywnym na ściankach, krawędziach oraz punktach wierzchołkowych.

W podprzestrzeni $R^{|M|}$ parametrów istotnych punkt b może należeć do jednej lub wielu (maksymalnie $|M|+1$) komórek niezdegenerowanych. W punkcie wewnętrznym komórki niezdegenerowanej wartość funkcji celu jest opisywana jednoznacznie przez (12), przy czym B jest bazą związaną z daną komórką. W punktach brzegowych komórki niezdegenerowanej punkt b należy do l komórek niezdegenerowanych, $2 \leq l \leq |M| + 1$. Dla ustalonego l przecięcie zbiorów komórkowych tworzy komórkę zdegenerowaną, w której pozostaje $|M| + 1 - l$ stopni swobody zmian parametrów przy spełnieniu (13). W szczególności dla $l = 2$ punkt b leży na ściance oddzielającej dwie sąsiadujące komórki, natomiast gdy $l = |M| + 1$, to w przestrzeni parametrów jest ustalony jednoznacznie punkt wierzchołkowy.

Wewnątrz komórki niezdegenerowanej można poruszać się w dowolnym kierunku bez konieczności zmiany bazy. Rozważmy komórkę zdegenerowaną zdefiniowaną przez $l, 2 \leq l \leq |M|$, stykających się z nią komórek niezdegenerowanych, w której pozostaje $|M| + 1 - l$ stopni swobody zmian parametrów. Poruszanie się w obszarze takiej komórki implikuje l liniowych opisów funkcji celu $Q(b)$ postaci (13). Z punktu widzenia globalnej funkcji kosztów opisy te są równoważne, jednak prowadzą one do różnych alokacji kosztów na poszczególne ograniczenia.

Załóżmy, że w przestrzeni parametrów punkt b^1 leży w komórce zdegenerowanej o $|M|+1-l$ stopniach swobody. Poruszanie się z tego punktu w przyjętym kierunku h może doprowadzić do nowego punktu granicznego b^2, w którym jedna z dotychczas nieaktywnych komórek staje się aktywna. Osiągając ten punkt do zbioru baz równoważnych wprowadzamy nową bazę. Ponadto dalsze poruszanie się wzdłuż wybranego kierunku może dezaktywować jedną z dotychczas aktywnych komórek niezdegenerowanych. Taki punkt wymaga zmiany liniowych opisów funkcji celu $Q(b)$ postaci (13) i zazwyczaj będzie też prowadzić do zmiany kierunku dalszej analizy.

Pokazaliśmy, że problem globalnej analizy parametrycznej modelu ZPL może być rozważany w przestrzeni prymalnych lub dualnych zmiennych decyzyjnych oraz w przestrzeni parametrów prawych stron ograniczeń. Pomiędzy tymi reprezentacjami istnieją silne relacje, w szczególności lokalne przemierzanie przestrzeni parametrów (wewnątrz niezdegenerowanych komórek) odzwierciedla się w przestrzeni prymalnej zachowaniem stałej bazy. Z drugiej strony poruszanie się po ściankach i krawędziach komórek charakteryzuje się niejednoznacznością reprezentacji i wielością baz równoważnych, z których każda prowadzi do zróżnicowanej alokacji kosztów indywidualnych ograniczeń.

4. ANALIZA KOSZTOWA OGRANICZEŃ

Przy ustalonych parametrach b prawych stron ograniczeń zadania **OPT** uzyskane rozwiązanie jest określone przez punkt $x = (p, d)$ w przestrzeni prymalnej. Rozwiązanie to określa w przestrzeni parametrów pewną komórkę oraz jej wyróżniony punkt $b^O = (b_1^O, \ldots, b_m^O)$, przy czym $b_i^O = f_i(p, d)$. Jednocześnie dowolne rozwiązanie zadania **OPT** bez uwzględnienia ograniczeń zasobowych określa pewien punkt $\bar{x} = (\bar{p}, \bar{d})$ w przestrzeni prymalnej, a w przestrzeni parametrów definiuje pewną komórkę, w której uzyskane rozwiązanie jest osiągane. Wyróżnionym punktem tej komórki jest $b^{BO} = (b_1^{BO}, \ldots, b_m^{BO})$, przy czym $b_i^{BO} = f_i(\bar{p}, \bar{d})$.

W ogólnym przypadku, analiza kosztowa ograniczeń polega na przechodzeniu w przestrzeni parametrów z punktu wyznaczonego przez zadanie z ograniczeniami zasobowymi do pewnego punktu z obszaru, w którym osiągane jest rozwiązanie zadania bez ograniczeń zasobowych.

Każdy punkt b ze zbioru parametrów odzwierciedla pewne *zdarzenie*, jakie mogłoby zaistnieć, gdyby podmioty odpowiedzialne za ograniczenia zdecydowały się podać takie wartości w procesie ofertowym, licząc na korzystny dla siebie wynik giełdowy. Z drugiej strony

[1] Dwie bazy są równoważne, gdy optymalne wartości zmiennych decyzyjnych są identyczne, lecz podział zmiennych na część bazową i niebazową jest różny.

mechanizm bilansujący powinien dokonać sprawiedliwej alokacji kosztów ograniczeń, zniechęcającej do spekulacji ograniczeniami.

Jednym z podejść, które można tu zastosować jest wykorzystanie metod alokacji zaczerpniętych z teorii gier. W teorii gier rozważa się tzw. koalicje graczy. W rozważanym problemie graczami są poszczególne ograniczenia zasobowe, a koalicja graczy to zbiór ograniczeń zasobowych, zaś scenariuszem dla koalicji graczy jest koszt przy uwzględnieniu tylko ograniczeń zasobowych należących do tej koalicji. Znane z teori gier metody alokacji kosztów polegają na pewnym, często pośrednim, uśrednieniu kosztów dla wybranych scenariuszy. Przykładowo w metodzie SCRB [4] (ang. separable costs remaining benefits method) koszty dla i-tego gracza są wyznaczane na podstawie sumarycznych kosztów dla koalicji wszystkich graczy, koalicji wszystkich graczy bez gracza i oraz koalicji złożonej tylko z gracza i. Odpowiada to podejściu polegającemu na pewnym uśrednieniu kosztów wyznaczonych na podstawie wybranych zdarzeń. Często stosowana jest również alokacji w oparciu o wartość Shapley'a [4]. W metodzie tej koszt alokowany na gracza i-tego jest średnią liczoną po wszystkich koalicjach S zawierających gracza i z wartości będących różnicą kosztów koalicji S i koalicji $S \setminus \{i\}$. Aby wyznaczyć wartości Shapley'a konieczne jest wyliczenie kosztów w $2^{|M|}$ punktach (zdarzeniach), poprzez rozwiązanie $2^{|M|}$ zadań **OPT**, co jest istotnym ograniczeniem metody.

Metody dokonujące pewnego uśrednienia na podstawie wybranej, ograniczonej liczby zdarzeń mogą pomijać pewne istotne zdarzenia i w efekcie nie prowadzić do alokacji odpornej na grę spekulacyjną. W przypadku uśredniania kosztów mamy do czynienia z sytuacją, w której pewien gracz może spekulować własnymi ograniczeniami prowadząc do wzrostu kosztu, który następnie może być rozłożony (uśredniony) na wielu graczy.

Podejście rozważane w tej pracy polega na wyznaczaniu przez mechanizm bilansujący jednego lub wielu scenariuszy przejścia w przestrzeni parametrów od rozwiązania b^O do rozwiązania b^{BO} połączonych z analizą alokacyjną kosztów dla każdego z wybranych scenariuszy. Każdy ze scenariuszy jest pewną ścieżką złożoną z sekwencji odcinków opisywaną przez ciąg punktów $b^0, b^1, \ldots, b^n, \ldots, b^N$ takich, że $b^0 = b^O$, $b^N = b^{BO}$. Wymagamy, aby punkty sąsiednie b^n, b^{n+1} leżały w tej samej komórce (niezdegenerowanej lub zdegenerowanej). Jak wiemy z analizy przestrzeni parametrów prawych stron ograniczeń, każda taka ścieżka będzie przechodzić przez skończoną liczbę komórek, a w każdej z tych komórek opis funkcji kosztów jest związany z ustalonym zbiorem opisów liniowych.

Na metodę poruszania się w przestrzeni parametrów oraz wyznaczania związanej z tym alokacji kosztów składają się elementy omówione dalej.

4.1. Przechodzenie w kierunku h

Trawersując przestrzeń parametrów na odcinku łączącym punkty sąsiednie b^n, b^{n+1} poruszamy się w kierunku h^n takim, że $b^{n+1} = b^n + \alpha^n h^n$, gdzie α^n jest nieujemnym skalarem.

W danym punkcie b^n mamy pewną liczbę baz równoważnych. Baza B jest *kompatybilna* w punkcie b^n z kierunkiem h^n (i h^n jest kompatybilne z B), jeżeli B pozostaje optymalna dla $b^n + \alpha^n h^n$ dla pewnego $\alpha^n > 0$. Zasięg kompatybilności bazy B w kierunku h^n jest równy $\rho(B; h^n) = \sup\{\alpha^n : B \text{ jest optymalna dla } b^n + \alpha^n h^n\}$. Zasięg kompatybilności bazy B można łatwo wyznaczyć z postaci rozwikłanej ZPL wyszukując pierwszą zmienną bazową osiagającą dolne lub górne ograniczenie przy wzroście α^n.

Załóżmy teraz, że w punkcie b^n mamy ustalony kierunek trawersowania h^n leżący w pewnej komórce. W komórce tej wszystkie bazy kompatybilne z h^n są aktywne. W celu wyznaczenia b^{n+1} musimy rozwiązać podproblem znalezienia $\rho(b^n, h^n)$, czyli maksymalnego zasięgu α^n w kierunku h^n, dla którego osiągany jest brzeg tej komórki. Zauważmy, że brzeg komórki jest osiągany w punkcie określonym przez minimalny zasięg kompatybilności $\rho(B; h^n)$ spośród wszystkich baz B kompatybilnych z h^n w punkcie b^n. Zasięg kompatybilności $\rho(B^n; h^n)$ możemy też wyznaczyć bezpośrednio przez rozwiązanie zadania ZK(b^n, h^n, π^n, d^n), gdzie π^n i d^n jest pewnym rozwiązaniem zadania dualnego dla punktu b^n. Zadanie ZK ma następującą postać:

$$\rho(b^n, h^n) = \max_{x,s,\alpha} \alpha \tag{14}$$

przy ograniczeniach

$$Ax + s = b^n + \alpha h^n \tag{15}$$

$$x^T d^n = 0 \tag{16}$$

$$s^T \pi^n = 0 \tag{17}$$

$$x, s \geq 0 \tag{18}$$

Ograniczenia (16) i (17) reprezentują warunki komplementarności, a więc w rozwiązaniach zadania mogą być dopuszczalne tylko takie bazy, dla których rozwiązanie prymalne jest komplementarne do rozwiązania dualnego. Warunki te zapewniają, iż znaleziona zostanie pierwsza granica obszaru napotkana w kierunku h, gdyż przy dalszym zwiększaniu α nastąpiłaby zmiana bazy w przestrzeni prymalnej, która prowadziłaby do rozwiązań niekomplementarnych z rozwiązaniem dualnym π^n, d^n.

4.2. Koszt przejścia od b^n do b^{n+1}

Aby znaleźć sumaryczny koszt przejścia od b^n do b^{n+1} po rozwiązaniu zadanie ZK(b^n, h^n, π^n, d^n) wystarczy zauważyć, że jest ustalana baza B będąca bazą optymalną w wyjściowym punkcie b^n, nowym punkcie b^{n+1} i na całym odcinku łączącym te punkty. Baza ta może być wykorzystana do wyznaczenia kosztu bezpośrednio z zależności

$$\Delta Q^n = c_B^T B^{-1}(b^{n+1} - b^n) \tag{19}$$

zgodnego ze wzorem (12).

4.3. Podział kosztu na pojedyncze ograniczenia

Ponownie rozważamy przejście w przestrzeni prawych stron ograniczeń od punktu b^n do punktu b^{n+1}, przy czym oba te punkty należą do tej samej komórki. Znany

jest zagregowany koszt ΔQ^n związany z przejściem pomiędzy b^n a b^{n+1}. Koszt ten nie zależy od wyboru ścieżki, po której poruszamy się osiągając punkt b^{n+1}. Ponieważ jednak dążymy do alokacji kosztów na poszczególne ograniczenia, pozostaje problem dezagregacji kosztu ΔQ^n i rozdziału na poszczególne ograniczenia.

Jeżeli punkty b^n i b^{n+1} należą do tej samej komórki niezdegenerowanej, a co najmniej jeden z nich do wnętrza tej komórki, to rozwiązanie dualne jest jednoznaczne, a punkty wewnętrzne komórki spełniają dokładnie jedno równanie (13) dla $k = 1$. Koszt jednostkowy (napór) poszczególnych ograniczeń wewnątrz komórki niezdegenerowanej jest stały, wynika bezpośrednio z (13) i jest równy π_i^1 dla ograniczenia i-tego. Co więcej, bezpośrednio z postaci (13) wynika własność addytywności kosztów jednostkowych względem poszczególnych ograniczeń. W tym przypadku koszty alokowane na poszczególne ograniczenia nie zależą od ścieżki przejścia.

Jeżeli punkty b^n i b^{n+1} należą do tej samej komórki zdegenerowanej będącej przecięciem l komórek niezdegenerowanych, $2 \leq l \leq |M| + 1$, to na ścieżce od b^n do b^{n+1} może być przyjmowana jedna z $|M| + 1 - l$ baz opisujących komórkę. Jeżeli arbitralnie zostanie założona pewna baza k, to równanie (13) definiuje alokację kosztów ΔQ^n na poszczególne ograniczenia taką, że suma zaalokowanych kosztów jest równa dokładnie ΔQ^n. Rozważanej komórce zdegenerowanej odpowiada $|M| + 1 - l$ baz i zarazem tyle samo sposobów alokacji określonych przez mnożniki występujące w równaniach (13). Zauważmy, że arbitralne wybranie jednej z baz do celów alokacji kosztów spełniania ograniczeń spowodowałoby pominięcie w trakcie alokacji ograniczeń aktywnych, dla których zmienne dopełniające są równe zero, ale znajdują się w bazie, a co za tym idzie ich mnożniki są zerowe. Zauważmy też, że suma alokacji określonych przez wszystkie bazy definiujące komórkę prowadzi do przydziału kosztów nadmiarowych w wysokości $(|M| + 1 - l) * \Delta Q^n$, tymczasem w typowym przypadku chcemy utrzymać zerowy bilans kosztów rzeczywistych i alokowanych na ograniczenia[2]. W rozdziale kosztów konieczne jest zatem uwzględnienie w nie trywialny sposób wszystkich baz jakie mogą zostać przyjęte w rozważanej komórce.

Informacją wskazującą sposób rozdziału kosztów na ograniczenia jest tzw. *napór* poszczególnych ograniczeń. Na potrzeb analizy naporu ograniczenia i zdefiniujmy chwilowy kierunek $\bar{h}$ taki, że $\bar{h}_j = 0$ dla $i \neq j$, a $\bar{h}_i = h_i$. Jeżeli możliwe jest przejście w kierunku $\bar{h}$ takie, że rozważana komórka nie jest opuszczana, to wówczas dla wszystkich baz $k = 1, ..., l$ mnożnik π_i^k jest stały i jest nazywany naporem ograniczenia i. Jeżeli przejście w kierunku $\bar{h}$ powoduje natychmiastowe opuszczenie komórki, to napór ograniczenia i jest pochodną lewostronną funkcji $\hat{Q}(b)$ w kierunku $\bar{h}$. Z uwagi na ciągłość $\hat{Q}(b)$ napór może być wyznaczony jako pochodna prawostronną funkcji $\hat{Q}(b)$ w kierunku $-\bar{h}$. Z twierdzenia Mills'a wynika, iż pochodna $\hat{Q}(b)$ w kierunku $-\bar{h}$ jest określona przez maksymalną cenę π_i^k ze wszystkich baz $k = 1, ...l$[1]. Wyznaczenie wartości tej pochodnej można sprowadzić do rozwiązania problemu PK($b^n, h^n, p^{n+1}, s^{n+1}$):

$$\Delta Q^n = \max_{\pi,d} (h^n)^T \pi \tag{20}$$

przy ograniczeniach

$$A^T \pi + d = c \tag{21}$$

$$(d)^T p^{(n+1)} = 0 \tag{22}$$

$$(\pi)^T s^{(n+1)} = 0 \tag{23}$$

$$\pi, d \geq 0 \tag{24}$$

gdzie $(p^{(n+1)}, s^{(n+1)})$ są optymalnymi wartościami zmiennych zadania prymalnego w nowym osiąganym punkcie $b^{n+1} = b^n + \rho(B^n; h^n)h^n$. Ograniczenia (22) i (23) reprezentują warunki komplementarności ograniczające przestrzeń rozwiązań dopuszczalnych problemu PK do rozwiązań odpowiadających rozważanej komórce w przestrzeni parametrów. W celu alokacji kosztów na pojedyncze ograniczenia jest konieczne rozwiązanie wielu zadań PK(b^n, h^n, p^n, s^n) dla różnych kierunków $\bar{h}$ wyznaczonych dla wszystkich ograniczeń aktywnych (spełnionych równościowo) w rozważanej komórce. Koszt zagregowany ΔQ^n może zostać rozdzielony z uwzględnieniem lokalnych naporów poszczególnych ograniczeń, np. w sposób proporcjonalny do tych naporów.

4.4. Wybór kierunku analizy

Wybór kierunku analizy w przestrzeni prawych stron ograniczeń istotnie wpływa na jakość uzyskiwanych alokacji i jest zarazem najtrudniejszym elementem. Łatwo pokazać przykład, w którym występują dwa nakładające się na siebie ograniczenia, gdzie usunięcie dowolnego z nich nie wpływa na poprawę, a dopiero usunięcie obu usuwa całość kosztów. W przestrzeni parametrów przejście do punktu b^{BO} wzdłuż osi, odpowiada rozluźnianiu najpierw jednego ograniczenia, a następnie drugiego. Mimo pewnej symetrii ograniczeń w przykładzie, takie przejścia powodują alokację całych kosztów tylko do jednego z ograniczeń, w zależności od kolejności ich rozważania. W tym przypadku jedynym dobrym przejściem jest przejście po krawędzi łączącej dwie hiperpłaszczyzny odpowiadające dwom bazom wynikającym z zdegenerowania problemu.

Zasady wyboru kierunku analizy definiujemy w postaci reguł wyboru kierunku. Złóżmy, że mamy pewien punkt startowy b^1, w którym wszystkie ograniczenia zasobowe zadania **OPT** są spełnione oraz punkt docelowy b^2, w którym osiągany jest dobrobyt na poziomie dobrobytu w zadaniu bez uwzględniania ograniczeń zasobowych. Reguły wyboru kierunku analizy mogą opierać się o informację globalną, jaką jest globalny azymut wyznaczony przez punkty b^1 i b^2 i określający ogólny charakter przejścia. Wykorzystanie tylko informacji globalnej umożliwia sformułowanie następujących dwóch reguł wyboru kierunku prostego (stałego w trakcie całej analizy).

W regule pierwszej kierunek jest wyznaczony przez najkrótszą drogę z punktu b^1 wyznaczonego przez pra-

[2]Jest to tzw. warunek bilansu kosztów (ang. break-even), zgodnie z którym suma alokowanych kosztów dla wszystkich ograniczeń musi być równa zagregowanemu kosztowi uwzględniania wszystkich ograniczeń.

wą stronę ograniczeń w rozwiązaniu zadania z ograniczeniami do punktu b^2 wyznaczonego przez lewą stronę ograniczeń w rozwiązaniu zadania bez ograniczeń. Cechą szczególną tego podejścia jest brak alokacji na ograniczenia pozostające w cieniu.

W regule drugiej kierunek jest wyznaczony przez najkrótszą drogę z punktu b^1 wyznaczonego przez lewą stronę ograniczeń w rozwiązaniu zadania z ograniczeniami do punktu b^2 wyznaczonego przez lewą stronę ograniczeń w rozwiązaniu zadania bez ograniczeń. W podejściu tym w punkcie startowym wszystkie ograniczenia są aktywne, zatem zadanie jest silnie zdegenerowane. W podejściu tym próbuje się dokonać alokacji na możliwie szeroką liczbę ograniczeń zasobowych. Część ograniczeń szybko staje się jednak nie aktywna i alokacja zbliża się do alokacji wyznaczonej w poprzednim punkcie.

Precyzyjniejsze sposoby alokacji mogą również wykorzystywać lokalną wiedzę w danej komórce. Przy przechodzeniu pomiędzy komórkami wiedza ta ulega zmianom, a co za tym idzie może nastąpić zmiana kierunku analizy. Trajektoria przejścia składa się więc z wielu odcinków. Wiedza pozyskiwana w wyniku analizy sytuacji w danej komórce może dotyczyć zbioru ograniczeń uznanych jako istotne, a więc ograniczeń wpływających na koszt i zarazem ograniczeń, na które należy lokalnie dokonać alokacji. W szczególnym przypadku kierunek lokalny może być wyznaczony jako rzut globalnego azymutu na podprzestrzeń ograniczeń uznanych za istotne.

W regule pierwszej dla trajektorii złożonej, jako lokalny kierunek analizy może być przyjmowany wektor jednostkowy przyjmujący wartość 1 dla ograniczeń aktywnych. Przy wkraczaniu do nowych komórek zbiór ograniczeń aktywnych może ulec zmianie, a wektor kierunku jest aktualizowany.

W regule drugiej jako lokalny kierunek analizy może być przyjmowany wektor przyjmujący wartość dodatnią na pozycjach odpowiadających ograniczeniom aktywnym. Współrzędne h_i tego wektora skalujemy w sposób uwzględniający lokalny napór ograniczeń. Element h_i przyjmuje wartość równą odwrotności pochodnej w kierunku h_i. Przy wkraczaniu do nowych komórek zbiór ograniczeń aktywnych może ulec zmianie, a wektor kierunku jest aktualizowany.

Kolejna reguła rozszerza zbiór ograniczeń istotnych określanych w regule pierwszej o dodatkowe ograniczenia ściśle powiązane z ograniczeniami dotychczas uznanymi za istotne. Kierunek analizy jest budowany iteracyjnie poprzez dołączanie nowych ograniczeń do kierunku. W szczególności w k-tym kroku budowy kierunku analizy może być dołączane ograniczenie nieaktywne, dla którego przejście w dotychczas uzyskanym kierunku powodowało zmianę zapasu tego ograniczenia. W szczególności zwiększanie luzu ograniczenia, które nie jest uznane za istotne powoduje oddalanie się od obszaru aktywacji tego ograniczenia i może wskazywać, iż przyjęty kierunek spowoduje pominięcie tego ograniczenia w całym procesie alokacji kosztów. Podobnie jak w poprzednich dwóch punktach przyjęty kierunek analizy dla istotnych ograniczeń może przyjmować wartość 1 lub być skalowany z uwzględnieniem naporu ograniczenia.

5. Podsumowanie

W referacie dokonaliśmy analizy problemu alokacji kosztów ograniczeń w oparciu o globalną analizę parametryczną. Przedstawione w referacie elementy tworzą ogólny schemat algorytmu alokacji kosztów ograniczeń, który może być podstawą budowy dobrych mechanizmów alokacji kosztów spełniania ograniczeń prowadzących do poprawy właściwości procesów bilansowania. Analiza przedstawionych wariantów reguł wyboru kierunku trawersowania będzie przedmiotem dalszych badań.

RESOURCE CONSTRAINTS COST PARAMETRIC ANALYSIS FOR LOCAL MARKET BALANCING

Abstract: Resource constraints appearing in the local market balancing model reduce the efficiency of the market solution and generate balancing costs in the system. Exact valuation and allocation the cost of constraints mitigates these balancing process weaknesses. The general framework for constraints cost allocation is presented in the paper. The framework is based on multi-step parametric sensitivity analysis. The results are derived from primal/dual space and right hand side parameters space analysis.

Literatura

[1] Gal T., Greenberg H. J. (editors), *Advances in sensitivity analysis and parametric programming*, Kluwer Academic Publisher, 1997.

[2] Kaleta M., Wybrane modele i algorytmy optymalizacji na lokalnym rynku energii elektrycznej, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska 2004.

[3] Toczyłowski E., *Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, wydanie II, 2003.

[4] Young H. P., *Cost Allocation: Methods, Principles, Applications*, Elseviers Science Publishers B.V., 1985.

Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-00-6